

AA-1142
(049) B.Sc. Part-I (Maths Group)
Term End Examination, 2021-22
Mathematics (Paper-I)

Time : 3 hrs.]

[Maximum Marks : 50

Note – प्रत्येक इकाई से कोई दो प्रश्न हल करो ।*Attempt any two questions from each Unit.***[इकाई-I / Unit-I]**

1. (i) प्रारंभिक रूपांतरण की सहायता से $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -2 \\ -1 & 3 & 0 \\ 0 & -2 & 1 \end{bmatrix}$ का प्रतिलोम ज्ञात कीजिए। 5

With the help of elementary transformation find the inverse of $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -2 \\ -1 & 3 & 0 \\ 0 & -2 & 1 \end{bmatrix}$.

- (ii) सिद्ध कीजिये कि एकक आव्यूह के आइगन मान इकाई मापांक के होते हैं। 5
 Show that the eigen values of a Unitary matrix are of Unit modulus.

- (iii) आव्यूह $A = \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$ के लिए कैलि हेमिल्टन प्रमेय को सत्यापित कीजिए एवं A^{-1} ज्ञात कीजिए तथा

$A^5 - 4A^4 - 7A^3 + 11A^2 - A - 10I$ को A के रैखिक बहुपद में व्यक्त कीजिए। 5

Verify Cayley-Hamilton theorem for the matrix $A = \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$ and find its inverse. Also express $A^5 - 4A^4 - 7A^3 + 11A^2 - A - 10I$ as a linear Polynomial in A .

[इकाई-II / Unit-II]

2. (i) आव्यूह विधि के प्रारंभिक सक्रिया से निम्न समीकरणों को हल कीजिए - 5

$$x + y + z = 6$$

$$x - y + z = 2$$

$$2x + y - z = 1$$

Solve the following equations with the help of elementary operations of matrix method :

$$x + y + z = 6$$

$$x - y + z = 2$$

$$2x + y - z = 1$$

- (ii) यदि समीकरण $x^3 + 3px^2 + 3qx + r = 0$ के मूल हरात्मक श्रेणी में हो तो सिद्ध कीजिये कि $2q^3 = r(3pq - r)$ 5
 If the roots of the equation $x^3 + 3px^2 + 3qx + r = 0$ are in H.P. then prove that $2q^3 = r(3pq - r)$.

- (iii) समीकरण $x^3 - 18x - 35 = 0$ को कार्डन विधि से हल कीजिए। 5

Solve the equation $x^3 - 18x - 35 = 0$ by Cardon's method.

[इकाई-III / Unit-III]

3. (i) यदि R तथा S समुच्चय X में तुल्यता संबंध है तब सिद्ध कीजिए कि $R \cap S$ भी X में तुल्यता संबंध है। **5**

If R and S be equivalence relations in the set X, then prove that $R \cap S$ is an equivalence relation in X.

- (ii) सिद्ध कीजिए कि समूह G, आबेली समूह होता है यदि और केवल यदि $(ab)^2 = a^2b^2 \quad \forall a, b \in G$ **5**

Prove that a group G is abelian iff

$$(ab)^2 = a^2b^2 \quad \forall a, b \in G.$$

- (iii) माना (G, \cdot) एक समूह है तथा $a, x \in G$ तब सिद्ध कीजिये कि $0(a) = 0(x^{-1}ax)$ **5**

Let (G, \cdot) be IV group and $a, x \in G$ then show that $0(a) = 0(x^{-1}ax)$.

[इकाई-IV / Unit-IV]

4. (i) माना N, समूह G का प्रसामान्य उपसमूह है तथा $f: G \rightarrow G/N$ निम्न प्रकार परिभाषित है :

$$f(x) = Nx \quad \forall x \in G$$

तब सिद्ध कीजिये कि f G से G/N आच्छादक समाकारिता है तथा $\ker f = N$. **5**

Let N be a normal subgroup of group G and $f: G \rightarrow G/N$ be a mapping defined by $f(x) = Nx \quad \forall x \in G$

Then show that f is homomorphism of G on the G/N and $\ker f = N$.

- (ii) सिद्ध कीजिए कि दो गुणजावली का सर्वनिष्ठ एक गुणजावली होता है। **5**

Prove that intersection of two ideals is an ideal.

- (iii) सिद्ध कीजिए कि प्रत्येक परिमित पूर्णाकीय प्रांत एक क्षेत्र होता है। **5**

Show that every finite integral domain is a field.

[इकाई-V / Unit-V]

5. (i) यदि n एक घनात्मक पूर्णांक हो तो सिद्ध कीजिए कि $(1+i)^n + (1-i)^n = 2^{n/2+1} \cos \frac{n\pi}{4}$ **5**

If n is any positive integer then prove that $:(1+i)^n + (1-i)^n = 2^{n/2+1} \cos \frac{n\pi}{4}$

- (ii) यदि $i^{\alpha+i\beta} = (\alpha+i\beta)$ तो सिद्ध कीजिये कि $\alpha^2 + \beta^2 = \bar{e}^{(4n+1)\pi/\beta}$ **5**

If $i^{\alpha+i\beta} = (\alpha+i\beta)$ then show that $:\alpha^2 + \beta^2 = \bar{e}^{(4n+1)\pi/\beta}$

- (iii) यदि α, β, γ समीकरण $x^3 + px^2 + qx + p = 0$ के मूल हैं तो सिद्ध कीजिये कि $\tan^{-1}\alpha + \tan^{-1}\beta + \tan^{-1}\gamma = n\pi$

If α, β, γ are the roots of the equation

$x^3 + px^2 + qx + p = 0$ then prove that :

$$\tan^{-1}\alpha + \tan^{-1}\beta + \tan^{-1}\gamma = n\pi$$

5